

Vision 3D pour la réalité augmentée

✓ Avertissement :

Ce cours suppose des connaissances de base en géométrie analytique et en algèbre linéaire et en analyse.

Les notions suivantes seront utilisées:

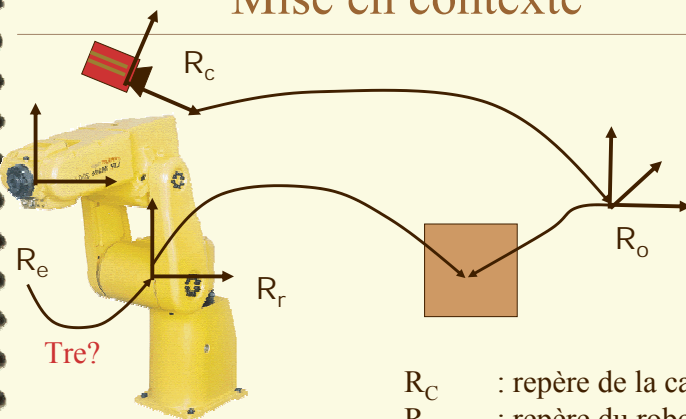
- Coordonnées et matrices homogènes,
- Produits scalaire, vectoriel et mixte
- Représentations des rotations
- Représentations de droite et plan dans l'espace et changement de repères,
- Résolutions de systèmes d'équations trigonométriques,
- Estimation de paramètres par les méthodes d'optimisation mathématique

Vision 3D pour la réalité augmentée application à la robotique

✓ Plan du cours :

- 0. Introduction à la réalité augmentée,
- 1. **Modélisation de robots série**
- 2. Modélisation et calibration de capteurs de vision 3D (Caméra(s), télémètre)
- 3. Application de la vision 3D à la robotique

Vision 3D et robotique : Mise en contexte



- R_C : repère de la caméra
- R_R : repère du robot
- R_e : repère effecteur
- R_o : repère environnement

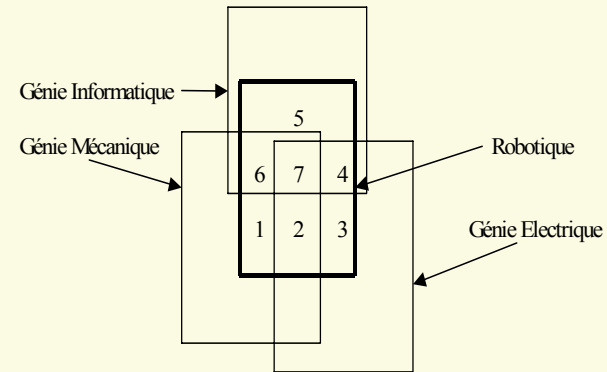
1. Définition d'un robot

- ✓ Robot : Système complexe capable, grâce à ses fonctions de manipulation et (ou) de locomotion, de remplacer l'homme, dans la réalisation de tâches répétitives, dangereuses ou inaccessibles, voire distraire ou accompagner l'homme.
- ✓ Robot = bras manipulateur / base mobile / bras manipulateur monté sur 1 base mobile, + motorisation + système de perception + programmation et interface homme machine.
- ✓ Un robot est conçu pour réaliser des tâches entièrement autonome ou sous le contrôle d'un opérateur humain.
- ✓ Origine du terme Robot : robota(slave) = travailleur terne: Pièce de théâtre, "Rossum's Universal Robot " du romancier tchèque Karel Capek (1921), portant sur des êtres artificiels anthropomorphes répondant parfaitement aux ordres de leur maîtres.

Différentes robotiques

Types de robotiques	Tâches	Domaines d'application
Manufacturière /Substitution : -tâches simples, répétitives -environnement structuré, pré modélisé.	Manipulation d'outils : Soudure, collage, projection, peinture,... Manipulation de pièces : assemblage, manutention,...	Industries automobiles, aéronautique, agroalimentaire, pharmaceutique,...
Non manufacturière / coopération homme-machine : -tâches complexes -environnement non entièrement structuré	Surveillance, Intervention, Installation, maintenance, Manipulation, téléopération,...	Sécurité civile, militaire, agricole, minier, services, BTP, spatial, sous-marin, nucléaire, médical,...

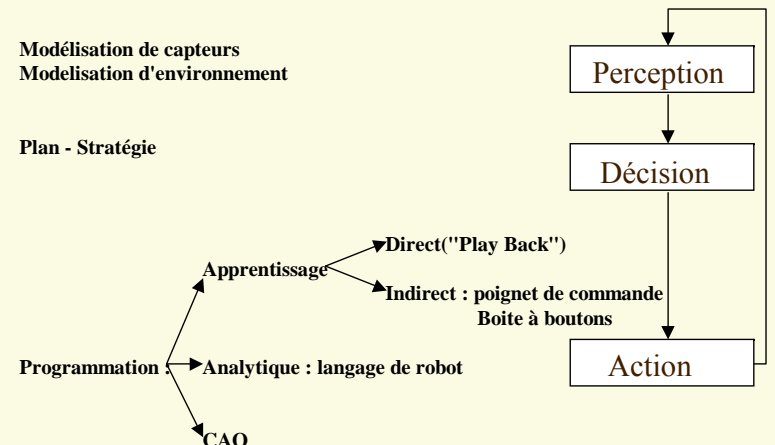
Les disciplines de la Robotique



Constituants d'un robot

BLOCS FONCTIONNELS	ELEMENTS CONSTITUTIFS	FONCTIONS
STRUCTURE	Structure mécanique articulée et/ou structure mobile	ACTION sur l'environnement
APPAREIL SENSORIEL	.Capteurs proprioceptifs .Capteurs extéroceptifs	INFORMATION sur . configuration du robot . état de l'environnement
APPAREIL MOTEUR	Actionneurs : . électriques . hydrauliques . pneumatiques	ACTION sur la structure
EFFECTEUR	.Pince pour saisie d'objet .Torche de soudure .Porte outils ...	ACTION sur les objets de l'environnement du robot
SYSTEME DE COMMANDE	.Calculateur .Stratégies de commande .Niveaux de commande	COMMANDE CONTROLE DECISION
IHM	.Matériel : organe de saisie (syntaxeur, bras maître ...) .Logiciel de CAO - Robotique	INFORMATIONS sur la tâche du robot PROGRAMMATION hors ligne/en ligne

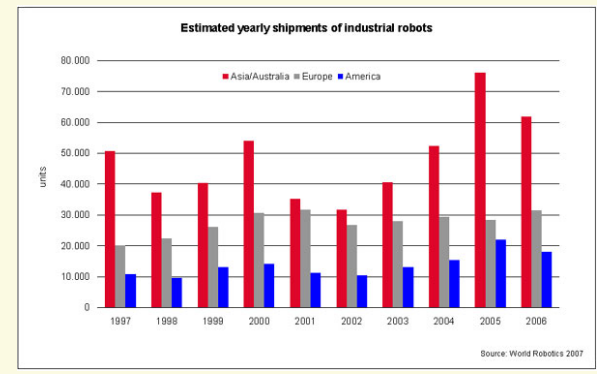
Fonctions d'un robot



Quelques Liens

- ✓ <http://www.ifr.org/>
- ✓ <http://www.jara.jp/e/h/jara01.html>
- ✓ <http://www.euron.org/>
- ✓ <http://www.lesrobots.org/>

Parc mondial de robots

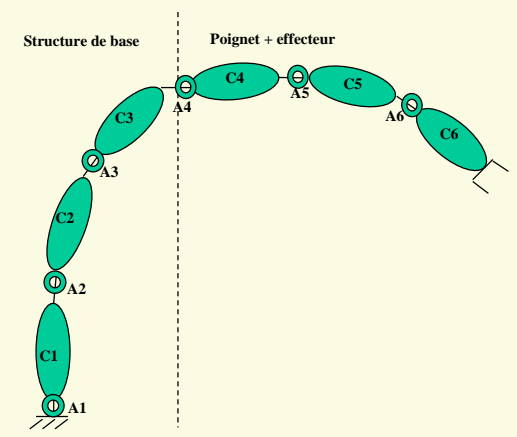


Parc mondial de robots

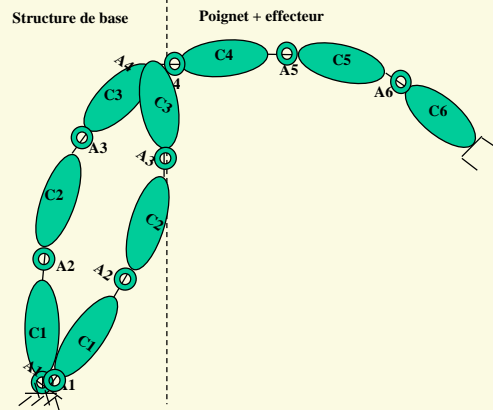
Table 1
Shipments and operational stock of multipurpose industrial robots in 2005 and 2006 and forecasts for 2007-2010.
Number of units

Country	Yearly installations				Operational stock at year-end			
	2005	2006	2007	2010	2005	2006	2007	2010
America	21.986	17.910	21.400	24.400	143.634	164.680	167.100	209.000
North America (Canada, Mexico, USA)	21.567	17.417	20.500	23.000	139.984	150.725	162.400	200.900
Central and South America	419	493	900	1.400	3.650	3.955	4.700	8.100
Asia/Australa	76.047	61.748	66.000	76.000	481.652	479.027	500.500	579.900
China	4.461	5.770	6.600	7.900	11.557	17.327	23.900	47.000
India	450	636	1.600	4.500	1.069	1.906	3.500	14.100
Japan	50.911	37.393	39.900	42.300	373.481	351.658	355.000	362.900
Republic of Korea	13.005	10.756	10.700	11.800	61.576	69.420	73.600	94.000
Taiwan, Province of China	4.096	4.307			15.464	19.204		
Thailand	1.458	1.102			2.472	3.574		
Other Asia	1.163	812			11.095	11.385		
Australia/New Zealand	913	772			4.938	5.554		
Europe	28.432	31.536	35.000	39.000	296.918	316.624	329.800	380.000
Austria	485	498			4.148	4.362		
Benelux	1.097	1.459			9.362	10.128		
Denmark	354	417			2.661	3.019		
Finland	556	321			4.159	4.349		
France	3.077	3.071	3.300	3.200	30.296	32.110	34.000	38.800
Germany	10.075	11.425	12.700	13.000	126.294	132.594	137.900	147.400
Italy	5.425	6.259	6.900	6.400	56.198	60.049	63.800	72.000
Norway	115	181			811	960		
Portugal	144	268			1.542	1.710		
Spain	2.709	2.409			24.141	26.008		
Sweden	939	865			8.028	8.245		
Switzerland	442	458			3.732	3.940		
Turkey	207	368			403	771		
United Kingdom	1.363	1.220	1.000	800	14.948	15.082	15.300	13.800
Central/Eastern European countries	1.297	1.322			9.446	10.781		
Other Europe	157	995			809	1.502		
Africa	204	426	700	900	634	1.060	1.700	4.400
Total	126.669	112.203	123.100	139.300	922.838	950.974	999.100	1.173.300

Chaîne ouverte – robot série



Chaîne fermée – robot série

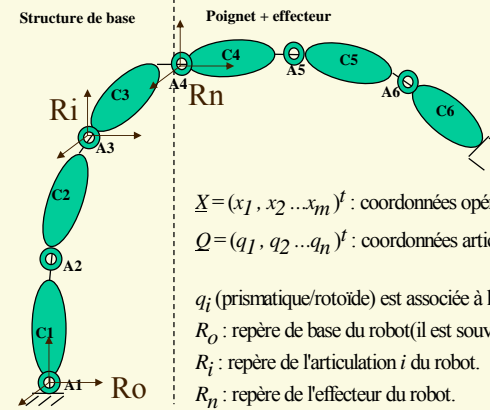


Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 13

Définitions



$\underline{X} = (x_1, x_2 \dots x_m)^t$: coordonnées opérationnelles ,

$\underline{Q} = (q_1, q_2 \dots q_n)^t$: coordonnées articulaires,

q_i (prismatique/rotoïde) est associée à l'articulation i .

R_0 : repère de base du robot(il est souvent confondu avec R_1) .

R_i : repère de l'articulation i du robot.

R_n : repère de l'effecteur du robot.

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 14

Modèle géométrique direct (MGD)

Le MGD permet d'effectuer un contrôle en absolu du robot.

$$f : \underline{Q} \rightarrow \underline{X} = f(\underline{Q}) \quad (f \text{ non linéaire}) \quad \underline{X} = (P, \varphi)$$

La position est exprimée par :

$\underline{P} = (x_1, x_2, x_3)^t$: coordonnées cartésiennes/cylindriques/sphériques

L'orientation est exprimée par :

$\varphi = (x_4, x_5 \dots x_m)^t$: angles d'Euler/cosinus directeurs/...

→ Calculer $T_{i-1,i}$, matrices homogènes, de passage du repère R_{i-1} au repère R_i ($i=1..n$).

→ Calculer T_{0n} ?

$$f(\underline{Q}) = \prod_{i=1}^n T_{i-1,i} = T_{0n}(\underline{x}_n \quad \underline{y}_n \quad \underline{z}_n \quad \underline{Q}_n) = \underline{X}$$

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 15

Modèle géométrique direct (MGD)

Le MGD permet d'effectuer un contrôle en absolu du robot.

$$f : \underline{Q} \rightarrow \underline{X} = f(\underline{Q}) \quad (f \text{ non linéaire}) \quad \underline{X} = (P, \varphi)$$

La position est exprimée par :

$\underline{P} = (x_1, x_2, x_3)^t$: coordonnées cartésiennes/cylindriques/sphériques

L'orientation est exprimée par :

$\varphi = (x_4, x_5 \dots x_m)^t$: angles d'Euler/cosinus directeurs/...

→ Calculer $T_{i-1,i}$, matrices homogènes, de passage du repère R_{i-1} au repère R_i ($i=1..n$).

→ Calculer T_{0n} ?

$$f(\underline{Q}) = \prod_{i=1}^n T_{i-1,i} = T_{0n}(\underline{x}_n \quad \underline{y}_n \quad \underline{z}_n \quad \underline{Q}_n) = \underline{X}$$

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 16

Coordonnées homogènes

✓ Représentation mathématique permettant de rendre linéaires (calcul matriciel) certaines opérations courantes en vision, robotique et infographie.

Par exemple : $AX + B = Y \Leftrightarrow C\tilde{X} = \tilde{Y}$

✓ On ajoute simplement une dimension aux coordonnées

$$P = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \tilde{P} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ W \end{bmatrix}$$

• $X'=X \ Y'=Y \ Z'=Z$ lorsque $W = 1$

Coordonnées homogènes : Utilisation

1. On passe des coord. cartésiennes aux coord. homogènes en ajoutant un "1" comme 4^e élément au vecteur.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

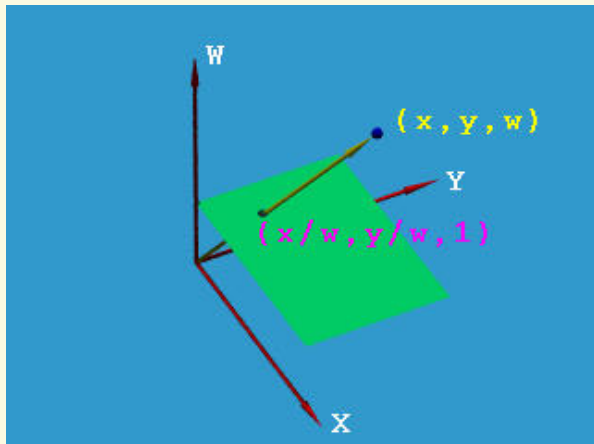
2. On effectue les opérations (définies par une matrice 4x4).

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ W \end{bmatrix} = M_{4 \times 4} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. On revient aux coordonnées cartésiennes en divisant tous les éléments du vecteur résultant par W (à la condition que $W \neq 0$).

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ W \\ Y' \\ W \\ Z' \\ W \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordonnées homogènes (cas 2D)



Coordonnées homogènes : Transformations d'intérêt pour le projet

- ✓ Rotation
- ✓ Translation
- ✓ Changement d'échelle ("scaling")
- ✓ Projection

Coordonnées homogènes : Utilisation

1. On passe des coord. cartésiennes aux coord. homogènes en ajoutant un "1" comme 4^e élément au vecteur.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. On effectue les opérations (définies par une matrice 4x4).

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ W \end{bmatrix} = M_{4 \times 4} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. On revient aux coordonnées cartésiennes en divisant tous les éléments du vecteur résultant par W (à la condition que $W \neq 0$).

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ W \\ Y' \\ W \\ Z' \\ W \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordonnées homogènes : Transformations d'intérêt

✓ Rotation

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{xyz}(\alpha, \beta, \gamma) = R_x(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma)$$

$$R_{xyz}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & \cos(\beta)\sin(\gamma) & \sin(\beta) & 0 \\ \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\gamma) & -\sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) & 0 \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordonnées homogènes : Transformations d'intérêt

✓ Translation

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Changement d'échelle ("scaling")

$$S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Composition des transformations

✓ Il suffit de multiplier les matrices :

- composition d'une rotation et d'une translation:

$$\mathbf{M} = \mathbf{RT}$$

✓ Toutes les transformations 2D/3D peuvent être exprimées comme des matrices en coord. homogènes

- Notation très générale

Coordonnées homogènes : Transformations courantes

Projection (selon l'axe Z)

$$P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/F & 0 \end{bmatrix} \quad * \text{ Matrice non-inversible}$$

Exemple :

Projection d'un point $P = (X, Y, Z)^T$

$$\begin{bmatrix} sX' \\ sY' \\ sZ' \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Retour aux coordonnées cartésiennes

$$\begin{bmatrix} sX'/s \\ sY'/s \\ sZ'/s \\ s/s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XF \\ Z \\ YF \\ F \\ 1 \end{bmatrix}$$

Projection dans une image

✓ La troisième ligne est sans intérêt puisque $z = F$.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z/F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

✓ On peut alors représenter la projection dans une image par une matrice 3x4

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z/F \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} XF \\ Z \\ YF \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

✓ On normalise tout comme dans le cas précédent

Modèle géométrique inverse: MGI

Le MGI permet d'effectuer une commande en absolu de l'effecteur du robot.

C'est la fonction f^{-1} , si elle existe, qui exprime la configuration du robot (Q) en fonction de la situation (X : position+orientation) de l'effecteur:

$$f^{-1}: X \rightarrow Q = f^{-1}(X)$$

Le calcul du MGI est obtenu à partir du MGD soit en inversant la matrice T_{on} soit en déterminant, par substitution, Q .

Modèle différentiel direct (MDD)

Le MDD → un contrôle en relatif du robot.

→ linéarisation de la fonction f (MGD)

$dX = J(Q) dQ$ où dX : différentielle des coordonnées opérationnelles,

dQ : différentielle des coordonnées articulaires,

$J(Q)$: matrice jacobienne du robot manipulateur.

Le problème est de calculer $J(Q)$

Modèle différentiel direct (MDD)

a) Calcul indirect de $J(Q)$ (méthode analytique) :

Soit la matrice des dérivées partielles de f / coordonnées articulaires :

$$J(Q) = \frac{\partial f}{\partial Q}(Q)$$

$$J_{ij}(Q) = \frac{\partial f_i}{\partial q_j}(Q) \quad (i = 1..m ; j = 1..n)$$

Il s'agit du calcul des dérivées partielles des éléments de la matrice T_{on}

Modèle différentiel direct (MDD)

ou $f_i = x_i$ ($i = 1..m$)

$$d\underline{X} = J_{ij}(Q).d\underline{Q} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \frac{\partial f_m}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ \vdots \\ dq_n \end{pmatrix}$$

($i = 1..m ; j = 1..n$)

$J_{ij}(Q).dq_j$ est le déplacement causé par dq_j sur x_i

Modèle différentiel direct (MDD)

a) Calcul direct de $J(Q)$ (méthode géométrique) :

Cette méthode ne nécessite pas le calcul du MGD.

Un faible mouvement dq_i de la liaison i porté par z_i

engendre sur l'effecteur un faible déplacement dp_i et une

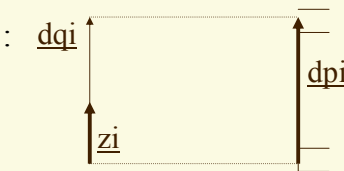
faible rotation $d\phi_i$.

$$d\underline{X} = (d\underline{P}, d\underline{\phi})^t$$

• Si la liaison i est prismatique :

$$dp_i = dq_i \cdot z_i$$

$$d\phi_i = 0$$



Articulation i

Modèle différentiel direct (MDD)

• Si la liaison i est rotoïde :

- Contribution de la translation :

$$dp_i = (dq_i \cdot z_i) \times O_i O_n$$

$$= d\phi_i \times O_i O_n$$

- Contribution de la rotation :

$$d\phi_i = dq_i \cdot z_i$$

Chaque articulation apporte sa contribution :

$$d\underline{p} = \sum_{i=1}^n dp_i$$

$$d\underline{\phi} = \sum_{i=1}^n d\phi_i$$

Le bilan de ces translations et rotations apparaît dans la matrice jacobienne intrinsèque suivante :

Modèle différentiel direct (MDD)

Articulation : i j
 Type : prismatic rotoidé

$$J = \begin{pmatrix} \dots & \vec{z}_i & \dots & \vec{z}_j \times \vec{O}_j \vec{O}_n & \dots \\ \dots & \vec{0} & \dots & \vec{z}_j & \dots \end{pmatrix}$$

La matrice jacobienne extrinsèque s'obtient par une projection dans R_o de la matrice précédente:

$$J = \begin{pmatrix} \dots & \vec{z}_{i/R_o} & \dots & \vec{z}_j \times \vec{O}_j \vec{O}_{n/R_o} & \dots \\ \dots & \vec{0} & \dots & \vec{z}_{j/R_o} & \dots \end{pmatrix}$$

Modèle différentiel inverse (MDI)

Le MDI permet d'effectuer une commande en relatif de l'effecteur du robot.

→ linéarisation de la fonction f^{-1} , si elle existe, qui exprime la configuration du robot (Q) en fonction de la situation (X : position+orientation) de l'effecteur:

$dQ = J^{-1}(Q) \cdot dX$ où dX : différentielle des coordonnées opérationnelles,

dQ : différentielle des coordonnées articulaires,

$J^{-1}(Q)$: matrice jacobienne inverse du robot manipulateur.

Le problème est de calculer $J^{-1}(Q)$

Modèle différentiel inverse (MDI)

- Différentiation du MGI (méthode analytique)
- Calcul de J^{-1} par différentes méthodes:
 - co-facteurs,
 - inversion par blocs

$$J_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} A_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ C_{3 \times 3} & D_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

$$J^{-1}_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} A^{-1}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ -D^{-1}_{3 \times 3} C_{3 \times 3} A^{-1}_{3 \times 3} & D^{-1}_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

- Calcul de J^+ (méthode de la pseudo inverse):

$$J^+ = (J^t \cdot J)^{-1} \cdot J^t$$

Types de robots porteurs

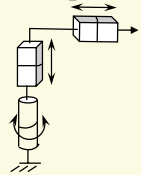
✓ Porteurs à 3 axes

✓ Porteurs à 3 axes ou plus

Principaux porteurs

6.1.1. Structure RPP ou PRP

Exemples : VERSATRAN "Séries E et F"



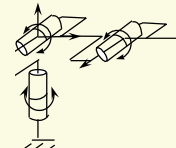
Ce type de structure est bien adaptée à un repérage de l'O.T.(Organe Terminal) en coordonnées cylindriques.

Volume =

Principaux porteurs

6.1.2 Structure RRR

Exemples : CINCINNATI-MILACRON "T3", RENAULT "V80", UNIMATION "Unimate 6000"...



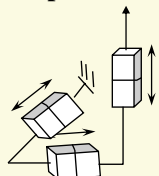
Ce type de structure est bien adaptée à un repérage de l'O.T. dans un système de coordonnées qualifiées d'anthropomorphes par analogie avec le bras humain.

Volume =

Principaux porteurs

6.1.3. Structure PPP

Exemples : OLIVETTI "Sigma", RENAULT "P80"



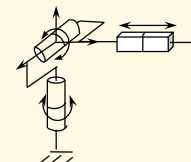
Ce type de structure est bien adaptée à un repérage de l'O.T. en coordonnées cartésiennes.

Volume =

Principaux porteurs

6.1.4 Structure RRP

Exemples : POLAR "6000", UNIMATION "Unimate 1000, 2000, ..."

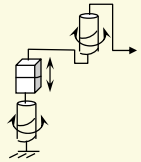


Ce type de structure est bien adaptée à un repérage de l'O.T. en coordonnées polaires .

Volume =

Principaux porteurs

6.1.5. Structure RPR ou PRR ou RRP
 Exemples : RENAULT "Horizontal 80"



Ce type de structure est bien adaptée à un repérage de l'O.T. en coordonnées toriques.
Volume =

Redondance de robot

6.2.1. Indices de mobilité et de liberté

INDICE DE MOBILITE (**IM**) DE ROBOT = nombre d'articulations rotoïde/prismatique du bras du robot
 (Dimension de l'espace articulaire/configurations (q))

1 articulation \leftrightarrow 1 moteur à commander

INDICE (DEGRE) DE LIBERTE (**IL** ou **DDL**) DE ROBOT = nombre de mouvements indépendants de l'organe terminal

(Dimension de l'espace opérationnel (X))

($IL=DDL \leq 6$) 1 mvt indépendant \leftrightarrow n moteurs
 $\Rightarrow IL \leq IM$

Redondance de robot

si ($IL = IM \forall$ config. du robot) alors
 le robot est NON REDONDANT

sinon
si ($IL < IM$ pour certaines config.) alors
 le robot est LOCALEMENT REDONDANT
 \Rightarrow SINGULARITES

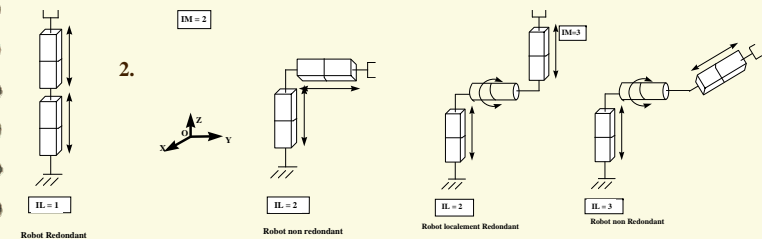
fsi

si ($IL < IM \forall$ config. du robot) alors
 le robot est REDONDANT

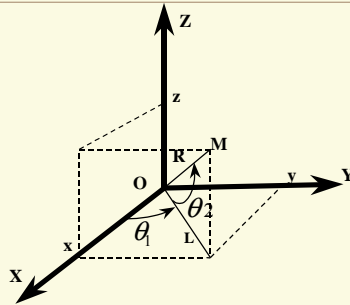
fsi

fsi

Redondance d'un robot

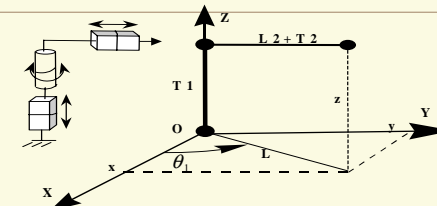


Modèles de la structure de base du robot



- . Coordonnées d'un point M (→3ddl) : Cartésiennes (x, y, z); Polaires(θ₁, θ₂, R); Cylindriques(θ₁, L, z)
- . Orientation de l'objet (→3ddl) θ_x, θ_y, θ_z
- plusieurs représentations de la rotation

Structure de base PRP



1. Transformateur de coordonnées direct :

$$\underline{X} = f(\underline{q}) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} T_1 \\ \theta_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (L_2 + T_2)c\theta_1 \\ (L_2 + T_2)s\theta_1 \\ T_1 \end{pmatrix}$$

2. Transformateur de coordonnées inverse :

$$\underline{q} = f^{-1}(\underline{X}) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} T_1 \\ \theta_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ a \tan(y/x) \\ -L_2 + y.s\theta_1 \end{pmatrix}$$

existence - solutions multiples - singularités

Structure de base PRP

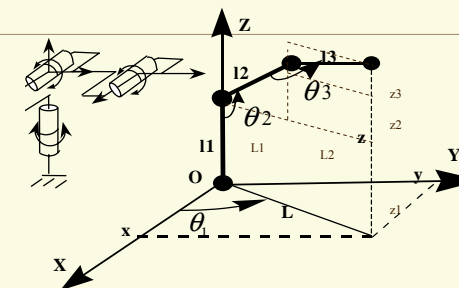
3. Transformateur de coordonnées différentiel direct (à compléter):

$$d\underline{X} = J(\underline{q}).d\underline{q} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

4. Transformateur de coordonnées différentiel indirect (à compléter):

$$d\underline{q} = J^{-1}(\underline{q}).d\underline{X} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} dT_1 \\ d\theta_1 \\ dT_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Structure de base RRR



1. Transformateur de coordonnées direct :

$$\underline{X} = f(\underline{q}) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Lc\theta_1 \\ Ls\theta_1 \\ l_1 + l_2c(\pi - \theta_2) + l_3c(2\pi - \theta_2 - \theta_3) \end{pmatrix}$$

avec $L = l_2c(\pi/2 - \theta_2) + l_3c(\theta_2 + \theta_3 - 3\pi/2)$

Cette application est non linéaire et non bijective

Equations Types [Khalil&Dombre1998]

Type 1

$$X r_i = Y$$

Equations Types

Type 2

$$XS\theta_i + YC\theta_i = Z$$

Equations Types

Type 3

$$\begin{aligned} X_1 S\theta_i &= Y_1 \\ X_2 C\theta_i &= Y_2 \end{aligned}$$

Equations Types

Type 4

$$\begin{aligned} X_1 r_j S\theta_i &= Y_1 \\ X_2 r_j C\theta_i &= Y_2 \end{aligned}$$

Equations Types

Type 5

$$\begin{aligned}X_1 S\theta_i &= Y_1 + Z_1 r_j \\ X_2 C\theta_i &= Y_2 + Z_2 r_j\end{aligned}$$

Equations Types

Type 6

$$\begin{aligned}W S\theta_j &= XC\theta_i + YS\theta_i + Z_1 \\ W C\theta_j &= XS\theta_i - YC\theta_i + Z_2\end{aligned}$$

Equations Types

Type 7

$$\begin{aligned}W_1 C\theta_j + W_2 S\theta_j &= XC\theta_i + YS\theta_i + Z_1 \\ W_1 S\theta_j - W_2 C\theta_j &= XS\theta_i - YC\theta_i + Z_2\end{aligned}$$

Equations Types

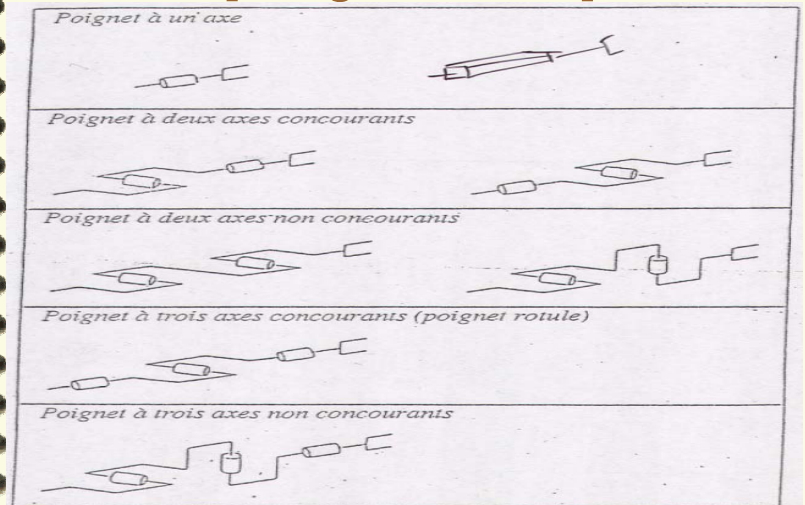
Type 8

$$\begin{aligned}XC\theta_i + YC(\theta_i + \theta_j) &= Z_1 \\ XS\theta_i + YS(\theta_i + \theta_j) &= Z_2\end{aligned}$$

Equations Types

Type 9	$XC\theta_i = Y$
Type 10	$XS\theta_i = Y$

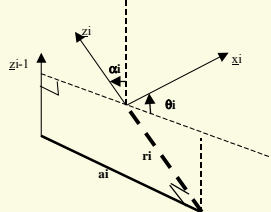
Architecture de poignets [Delignieres1987]



Modélisation de robot à 6 ddl

8.1 Paramètres de Denavit - Hartenberg

- z_i placé sur l'axe du mouvement de l'articulation i ,
- y_i complète le trièdre direct.



Paramètres du bras (statiques) :

a_i : longueur (≥ 0) de perpendiculaire commune entre z_{i-1} et z_i les reliant le long de x_{i-1}

α_i : angle entre z_{i-1} et z_i mesuré autour de x_{i-1}

Paramètres de l'articulation (dynamiques) :

r_i : distance algébrique $/z_i$ du support de x_{i-1} au support de x_i (Coordonnée articulaire si liaison prismatique)

θ_i : angle entre x_{i-1} et x_i mesuré autour de z_i (Coordonnée articulaire si liaison rotoïde)

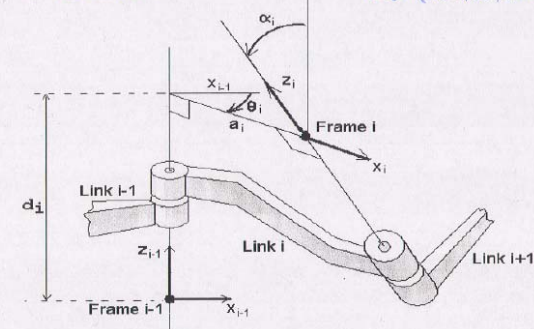
Modélisation de robot à 6 ddl

Paramètres de Denavit-Hartenberg

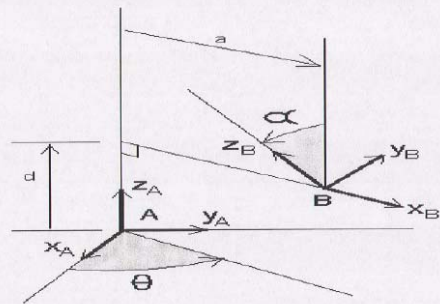
(Autre représentation des paramètres) α_i et z_i

statiques: $a_i = (\hat{z}_{i-1}, \hat{z}_i) / \hat{x}_i$
 $x_i = (\hat{z}_{i-1}, \hat{z}_i) / \hat{z}_i$

dynamiques: $r_i = d_i = (\hat{x}_{i-1}, \hat{x}_i) / \hat{z}_{i-1}$
 $\theta_i = (\hat{x}_{i-1}, \hat{x}_i) / \hat{x}_{i-1}$



Modélisation de robot à 6 ddl Paramètres de Denavit-Hartenberg



Modélisation de robot à 6 ddl Matrice de passage du repère Ri-1 au repère Ri:

$$T_{i-1,i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & -r_i s\alpha_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & r_i c\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

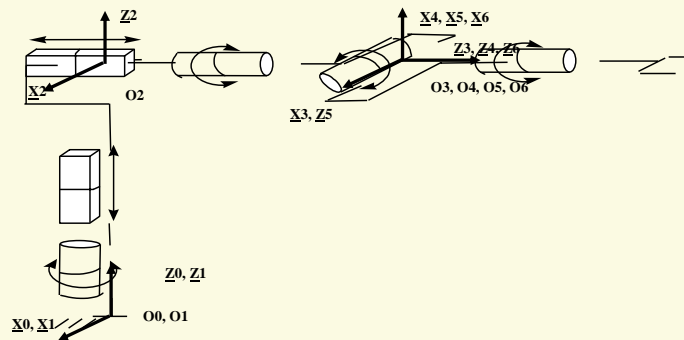
$$= \begin{pmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_i \\ c\alpha_i s\theta_i & c\alpha_i c\theta_i & -s\alpha_i & -r_i s\alpha_i \\ s\alpha_i s\theta_i & s\alpha_i c\theta_i & c\alpha_i & r_i c\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Règles de construction des repères associés aux articulations du robot :

- Considérer le robot dans une configuration initiale ("zéro") qui simplifie les calculs ($q=0$)
- Tout axe z_i doit être placé le long de l'articulation i .
- A chaque articulation i est associé un repère R_i dont l'emplacement doit être judicieusement choisi pour simplifier les calculs.
- L'axe x_{i-1} doit être porté par la perpendiculaire commune aux axes z_{i-1} et z_i

Modélisation de robot à 6 ddl: Versatran

8.2 Robot VERSATRAN FA (RPPRRR)



Modélisation de robot à 6 ddl: Versatran

Paramètres de Denavit-Hartenberg de ce robot

Paramètre \ i	1	2	3	4	5	6
σ_i	0	1	1	0	0	0
α_i	0	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$	$\pi/2$
a_i	0	0	0	0	0	0
θ_i	q_1	0	0	q_4	q_5	q_6
r_i	0	q_2	q_3	0	0	0
q_i selon fig.	0	>0	>0	$-\pi/2$	0	0

$$q_i = \bar{\sigma}_i \theta_i + \sigma_i r_i$$

Modélisation de robot à 6 ddl: Scemi

Matrices de passage (à compléter) :

$$T_{01} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_{12} = \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{23} = \begin{pmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_{34} = \begin{pmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_4 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{45} = \begin{pmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_{56} = \begin{pmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

MGD du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

Poignet :

$$T_{06} = \prod_{i=1}^6 T_{i-1,i} = (\bar{x}_6 \quad \bar{y}_6 \quad \bar{z}_6 \quad O_6)_{R_0}$$

$$O_{6/R_0} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \text{ et } \bar{x}_6 = \begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \end{pmatrix}; \bar{z}_6 = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix}$$

Pince définie dans R_7 :

$$\vec{O}_6 \vec{O}_7 = r_7 \vec{z}_6 \text{ et } \bar{x}_7 = \bar{x}_6; \bar{z}_7 = \bar{z}_6$$

$$O_{7/R_0} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x + r_7 z_x \\ p_y + r_7 z_y \\ p_z + r_7 z_z \end{pmatrix}$$

Le MGD est exprimé par :

$$T_{07} = (\bar{x}_7 \quad \bar{y}_7 \quad \bar{z}_7 \quad O_7) = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x & x \\ x_y & y_y & z_y & y \\ x_z & y_z & z_z & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_1 c_4 c_5 c_6 - c_1 s_4 s_6 + s_1 s_5 c_6 & -c_1 c_4 c_5 s_6 - c_1 s_4 c_6 + s_1 s_5 s_6 & c_1 c_4 s_5 - s_1 c_5 & -s_1 q_3 + r_7 z_x \\ s_1 c_4 c_5 c_6 - s_1 s_4 s_6 - c_1 s_5 c_6 & -s_1 c_4 c_5 s_6 - s_1 s_4 c_6 - c_1 s_5 s_6 & s_1 c_4 s_5 + c_1 c_5 & c_1 q_3 + r_7 z_y \\ 0 & s_4 c_5 s_6 & -s_4 s_5 & q_2 + r_7 z_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MGD du robot Versatran RPPRRR

$$T_{02} := \begin{bmatrix} \cos(q1) & -\sin(q1) & 0 & 0 \\ \sin(q1) & \cos(q1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{03} := \begin{bmatrix} \cos(q1) & 0 & -\sin(q1) & -\sin(q1) q3 \\ \sin(q1) & 0 & \cos(q1) & \cos(q1) q3 \\ 0 & -1 & 0 & q2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{04} := \begin{bmatrix} \cos(q1) \cos(q4) & -\cos(q1) \sin(q4) & -\sin(q1) & -\sin(q1) q3 \\ \sin(q1) \cos(q4) & -\sin(q1) \sin(q4) & \cos(q1) & \cos(q1) q3 \\ -\sin(q4) & -\cos(q4) & 0 & q2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$T_{05} :=$

$$[\cos(q1) \cos(q4) \cos(q5) + \sin(q1) \sin(q5), -\cos(q1) \cos(q4) \sin(q5) + \sin(q1) \cos(q5), -\cos(q1) \sin(q4), -\sin(q1) q3]$$

$$[\sin(q1) \cos(q4) \cos(q5) - \cos(q1) \sin(q5), -\sin(q1) \cos(q4) \sin(q5) - \cos(q1) \cos(q5), -\sin(q1) \sin(q4), \cos(q1) q3]$$

$$[-\sin(q4) \cos(q5), \sin(q4) \sin(q5), -\cos(q4), q2]$$

$$[0, 0, 0, 1]$$

MGD du robot Versatran RPPRRR

$T_{06} :=$

$$[\cos(q6) \cos(q7) \cos(q4) \cos(q5) + \cos(q6) \sin(q7) \sin(q5) - \cos(q7) \sin(q4) \sin(q6), -\sin(q6) \cos(q7) \cos(q4) \cos(q5) - \sin(q6) \sin(q7) \sin(q5) - \cos(q7) \sin(q4) \cos(q6), \cos(q7) \cos(q4) \sin(q5) - \sin(q7) \cos(q5), -\sin(q7) q3]$$

$$[\cos(q6) \sin(q7) \cos(q4) \cos(q5) - \cos(q6) \cos(q7) \sin(q5) - \sin(q7) \sin(q4) \sin(q6), -\sin(q6) \sin(q7) \cos(q4) \cos(q5) + \sin(q6) \cos(q7) \sin(q5) - \sin(q7) \sin(q4) \cos(q6), \sin(q7) \cos(q4) \sin(q5) + \cos(q7) \cos(q5), \cos(q7) q3]$$

$$[-\sin(q4) \cos(q5) \cos(q6) - \cos(q4) \sin(q6), \sin(q4) \cos(q5) \sin(q6) - \cos(q4) \cos(q6), -\sin(q4) \sin(q5), q2]$$

$$[0, 0, 0, 1]$$

MDD du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

$$\underline{dp} = J \cdot \underline{dq} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} dp_y \\ dp_z \\ d\varphi_x \\ d\varphi_y \\ d\varphi_z \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \\ dq_5 \\ dq_6 \end{pmatrix}$$

$$J = \begin{pmatrix} z_1 \times \overline{o_1 o_6} & z_2 & z_3 & z_4 \times \overline{o_4 o_6} & z_5 \times \overline{o_5 o_6} & z_6 \times \overline{o_6 o_6} \\ z_1 & 0 & 0 & z_4 & z_5 & z_6 \end{pmatrix}$$

avec $\bar{z}_0 = \bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} /_{Ro}$; $\bar{z}_3 = \bar{z}_4 \forall q_1$, et $O_4 = O_5 = O_6$

D'où :

$$J = \begin{pmatrix} z_6 \times \overline{o_6 o_6} & z_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_1 & 0 & 0 & z_4 & z_5 & z_6 \end{pmatrix}$$

avec $\bar{z}_0 /_{Ro} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\bar{z}_3 /_{Ro} = \begin{pmatrix} -s_1 \\ c_1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\bar{z}_5 /_{Ro} = \begin{pmatrix} -c_1 s_4 \\ -s_1 s_4 \\ -c_4 \end{pmatrix}$; $\bar{z}_6 /_{Ro} = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix}$ et $\overline{O_0 O_6} /_{Ro} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$

D'où :

$$J = \begin{pmatrix} -p_y & 0 & -s_1 & 0 & 0 & 0 \\ p_x & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_1 & -c_1 s_4 & z_x \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & -s_1 s_4 & z_y \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & z_z \end{pmatrix}$$

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 73

MDD du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

Ainsi la différentielle de position du poignet est :

$$dp_x = -p_y dq_1 - s_1 dq_3 = -c_1 q_3 dq_1 - s_1 dq_3$$

$$dp_y = p_x dq_1 + c_1 dq_3 = -s_1 q_3 dq_1 + c_1 dq_3$$

$$dp_z = dq_2$$

la différentielle d'orientation du poignet est :

$$d\varphi_x = -s_1 dq_4 - c_1 s_4 dq_5 + z_x dq_6 = -s_1 dq_4 - c_1 s_4 dq_5 + (c_1 c_4 c_5 - s_1 c_5) dq_6$$

$$d\varphi_y = c_1 dq_4 - s_1 s_4 dq_5 + z_y dq_6 = c_1 dq_4 - s_1 s_4 dq_5 + (s_1 c_4 s_5 + c_1 c_5) dq_6$$

$$d\varphi_z = dq_1 - c_4 dq_5 + z_z dq_6 = dq_1 - c_4 dq_5 - s_4 s_5 dq_6$$

à partir \overline{dp} et de $\overline{d\varphi}$ on obtient :

$$\overline{dx}_7 = \overline{d\varphi} \times \overline{x}_6 = \begin{pmatrix} dx_x = d\varphi_y z_z - d\varphi_z z_y \\ dx_y = d\varphi_z z_x - d\varphi_x z_z \\ dx_z = d\varphi_x z_y - d\varphi_y z_x \end{pmatrix}$$

$$\overline{dz}_7 = \overline{d\varphi} \times \overline{z}_6 = \begin{pmatrix} dz_x = d\varphi_y z_z - d\varphi_z z_y \\ dz_y = d\varphi_z z_x - d\varphi_x z_z \\ dz_z = d\varphi_x z_y - d\varphi_y z_x \end{pmatrix}$$

$$d(O_0 O_7) = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dp_x + a_7 x_x + r_7 z_x \\ dp_y + a_7 x_y + r_7 z_y \\ dp_z + a_7 x_z + r_7 z_z \end{pmatrix}$$

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 74

MGI du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

Calculer les coordonnées articulaires $\underline{Q} = (q_1, q_2 \dots q_6)t$, en fonction des coordonnées opérationnelles

$\underline{X} = (x, y, z, xx, xy, xz, zx, zy, zz)t$ en utilisant le MGD calculé précédemment.

→ q2 ?

→ q3 ?

→ q1 ?

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 75

MGI du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

Calculer les coordonnées articulaires $\underline{Q} = (q_1, q_2 \dots q_6)t$, en fonction des coordonnées opérationnelles

$\underline{X} = (x, y, z, xx, xy, xz, zx, zy, zz)t$ en utilisant le MGD calculé précédemment.

→ q5 ?

→ q4 ?

→ q6 ?

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 76

MDI du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

$dQ = (dq_1, dq_2, \dots, dq_6)^t$, en fonction des différentielles des coordonnées opérationnelles $dX = (dx, dy, dz, dx_x, dx_y, dx_z, dz_x, dz_y, dz_z)^t$ en utilisant le MDD calculé précédemment.

→ dq_2 ? déduit de dz du MGD (eq. type 1)

$$dq_2 = dz - r, dz_z$$

→ dq_3 ? déduit de q_1, dp_x et dp_y

$$dq_3 = -s_1 dp_x + c_1 dp_y$$

→ dq_1 ? déduit de q_1, q_3, dp_x et dp_y

$$dq_1 = -(c_1 dp_x + s_1 dp_y) / q_3 \text{ avec } q_3 \neq 0$$

MDI du Robot VERSATRAN (RPPRRR)

$$dq_1 = -(c_1 dp_x + s_1 dp_y) / q_3 \text{ avec } q_3 \neq 0$$

→ dq_5 ? déduit de $q_4, q_1, dq_1, d\varphi_x, d\varphi_y$ et $d\varphi_z$

$$dq_5 = -s_4 (c_1 d\varphi_x + s_1 d\varphi_y) + c_4 (dq_1 - d\varphi_z)$$

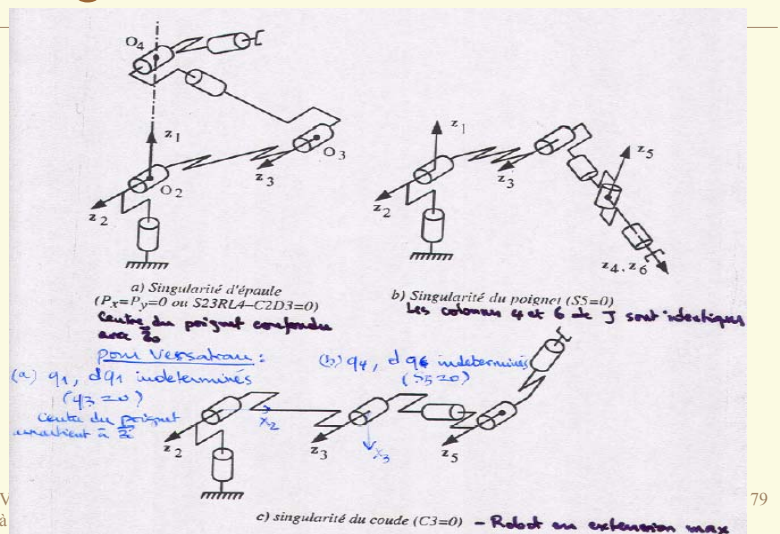
→ dq_6 ? déduit de $q_4, q_1, q_5, d\varphi_x, d\varphi_y$ et $d\varphi_z$

$$dq_6 = c_4 (c_1 d\varphi_x + s_1 d\varphi_y) + s_4 (dq_1 - d\varphi_z) / s_5 \text{ avec } s_5 \neq 0$$

→ q_4 ? déduit de $q_5, q_1, dq_6, d\varphi_x$ et $d\varphi_y$

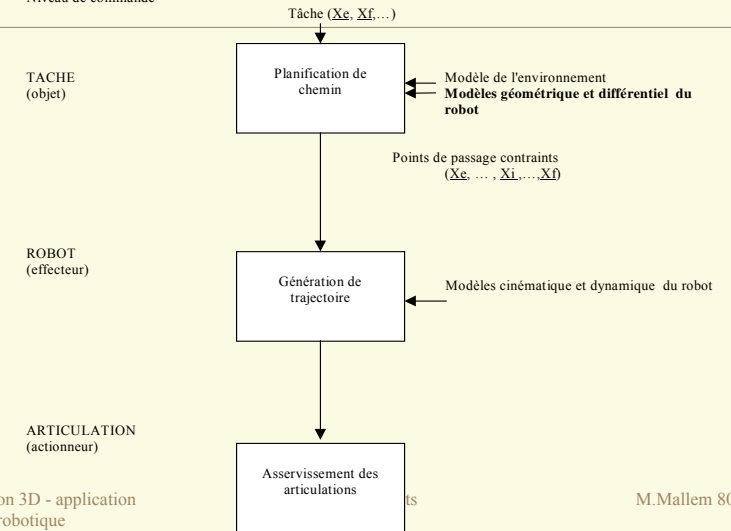
$$dq_4 = -s_1 d\varphi_x + c_1 d\varphi_y - c_5 dq_6$$

Singularités des robots série



Utilisation des modèles

Niveau de commande



TD robot manipulateur planaire à 4 ddl

SCARA = "Selective Compliance Assembly Robot Arm"
(soudeuse SANKYU - Japon)

Le robot SCARA (IBM), représenté ci-dessous, est constitué d'un porteur de type torique (RRR) et d'un poignet à un degré de liberté. Ce robot est utilisé pour effectuer des tâches d'assemblage planaire.

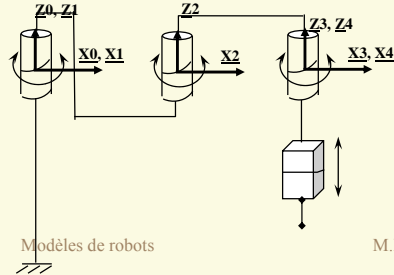
Déterminer les paramètres de Denavit-Hartenberg, selon la figure ci-dessus.

Calculer les modèles géométriques et différentiels direct et inverse du poignet de ce robot.

Quelles sont les configurations singulières de ce robot.



Vision 3D - application à la robotique



Modèles de robots

M.Mallem 81

Bibliographie

✓ Wisama Khalil et Etienne Dombre

« Modélisation Identification et Commande de robots » - Collection Robotique Hermès 1999

Vision 3D - application à la robotique

Modèles de robots

M.Mallem 82